

Ballonprojekt "X-Plorer 25"

Stefan Biereigel, Sebastian Weiß

April 11, 2013

1 Anfangsbetrachtung

Bei der mathematisch-physikalischen Betrachtung des Ballonprojektes "X-Plorer25" geht es vor allem darum, eine Abschätzung für die Platzhöhe des Ballons und der ungefähren Steigrate zu bekommen.

2 Rechnung

2.1 Grundlagen

Wichtige physikalische Randdaten:

- Masse der Ballonhülle: 300g
- Aufblasvolumen der Ballonhülle: $7,6 \text{ m}^3$
- Platzvolumen der Ballonhülle: $19,7 \text{ m}^3$

2.2 Kraftansatz

$$\sum F = ma$$

Wirkende Kräfte in unserem Fall sind:

Gewichtskraft

$$F_G = g \cdot (m_{Nutzlast} + m_{Ballon} + m_{Ballongas}) = const = 18,325N$$

Reibungskraft

$$F_R = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho(s) \cdot A(s) \cdot v^2$$

Auftriebskraft

$$F_A = \rho(s) \cdot V(s) \cdot g$$

durch die Wirkungsrichtungen der Kräfte wird der Kraftansatz konkret zu

$$\sum F = F_A - F_R - F_G = ma$$

Der c_w -Wert der Kugel wird mit 0,45 angenommen, wie in der Literatur zu finden.

2.3 Atmosphäre

Alle Berechnungen für das Projekt sind über eine Höhe von 0 bis 20000m Höhe erstellt. Da sich in diesem Bereich der Atmosphäre viele Einflussgrößen stark verändern, wurden diese in approximierte Formeln, die von der Höhe (also $s(t)$ abhängig sind), gepackt.

Ballonvolumen:

$$V_B(s(t)) = V_0 \cdot e^{\frac{h}{7988 \cdot C}} \text{ mit } V_0 = 7.6m^3$$

Dichte der Luft, linearer fit:

$$\rho(s(t)) = -7,96727 \cdot 10^{-5} \cdot s(t) + 1.18027$$

Dichte der Luft, quadratischer fit:

$$\rho(s(t)) = 4,1 \cdot 10^{-9} \cdot s(t)^2 + 1,24178$$

C in der Gleichung des Volumens ist ein empirisch ermittelter Koeffizient, der die Volumenexpansion auf realere Werte begrenzt, die durch die Dehnung des Latex verändert wird. Dieser wurde für unsere Experimente auf 2,5 gewählt. Zur Simulation wurden in Simulink eingebaute Blöcke des Aerospace Toolkit benutzt, welche die ISA (International Standard Athmosphere) abbilden.

2.4 Differentialgleichung

Dies bringt uns zu einer Differentialgleichung der Form:

$$m \cdot a(t) + F_R(t) + F_A(t) = F_G$$

Analytisch war es mir nicht möglich diese zu Lösen, die Simulation über Simulink führt aber zum gleichen Ergebnis, mit minimalen Abweichungen.